



Mākslu izglītības kompetences centrs
"Rīgas Dizaina un mākslas vidusskola"

Reģ. Nr. 3337303585, Krišjāņa Valdemāra iela 139, Rīga, LV-1013, tālr. 67360823, e-pasts: rdmv@rdmv.lv

METODISKAIS MĀCĪBU LĪDZEKLIS

"Darba burtnīca "Vektori" "

Ilga Vītola
Karina Fasulina
Ineta Dišlere

Mākslu izglītības kompetences centrs
„Rīgas Dizaina un mākslas vidusskola”
“Matemātika I” pedagogi



VEKTORI

Darba burtnīca

I.Vītola, K.Fasuļina, I.Dišlere

Darba burtnīca tēmai “**Vektori**”

Darba burtnīca veidota saskaņā ar vispārējās vidējās izglītības Matemātika I standartu.

Tā piemērota skolotājiem, kuri vēlas diferencēt mācību procesu atbilstoši skolēnu zināšanu līmenim un SOLO taksonomijai. Labi noder gan pašvadītām mācībām, gan darbam klasē vai grupās.

Mērķis:

Darba burtnīca palīdz skolēniem **izprast, veidot un lietot vektorus**, pakāpeniski attīstot prasmes no pamatzināšanām līdz augsta līmeņa analīzei un problēmu risināšanai, kā to iesaka **Skola 2030**.

Darba burtnīcā ir iekļauti dažāda līmeņa uzdevumi:

- 1) **vienas pamatprasmes atpazīšana, piemēram, kas ir vektors, vektora pieraksts, vektora koordinātas, vektora garums**, vienkārši vektoru piemēri no ikdienas situācijām;
- 2) **vairāki atsevišķi aspekti, piemēram, ilustrē darbības ar vektoriem gan ģeometriskā, gan koordinātu formā, vektoru projekcijas;**
- 3) **vairāku aspektu apvienošana, piemēram, pielieto vektoru pārvietošanu (kolinearitāte), attālums, viduspunkts, izprot** vektoru īpašību savstarpējo sasaisti;
- 4) **izpratne, ka** prot zināšanas pielietot jaunos kontekstos, piemēram, fizikas uzdevumu risināšanā, izmanto vektoru īpašības pierādījumu uzdevumos.

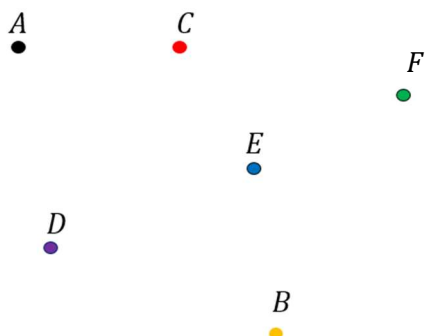
Darba burtnīca ir izveidota kā darba lapas stundu darbam. Skolēns stundās, veicot uzdevumus, nostiprina savas prasmes un izpratni.

Sasniedzamais rezultāts:

Skolotājs vēro, vai skolēns bez problēmām risina vairākus dažādus uzdevuma tipus. Skolēns demonstrē savu izpratnes līmeni (precīzi, saprotami, loģiski sasaistīti, argumentēti). Nav jārisina visi uzdevumi. Darba lapas var izmantot gan darbam klasē, gan konsultācijās, gan temata apguves laikā, gan pirms noslēguma pārbaudes darba.

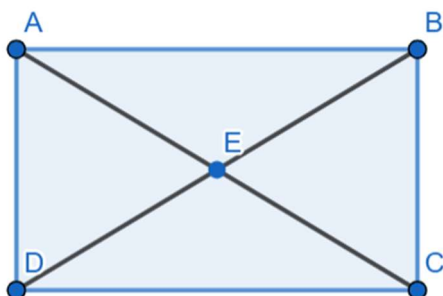
1. uzdevums.

Uzzīmē vektoru $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{FE}, \overrightarrow{HG}$.



2. uzdevums.

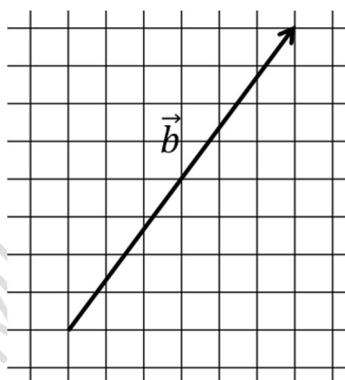
Nosaki vienāds un pretējus vektorus.



Vektors	Vienāds vektors	Pretējs vektors
$\overrightarrow{AB}$		
$\overrightarrow{BC}$		
$\overrightarrow{ED}$		
$\overrightarrow{DE}$		
$\overrightarrow{CD}$		
$\overrightarrow{DB}$		

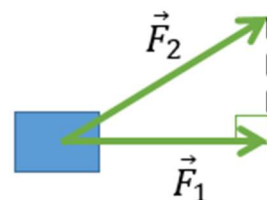
3. uzdevums.

Aprēķini vektora $\vec{b}$ garumu. 1 rūtiņa ir 1 vienība.



4. uzdevums.

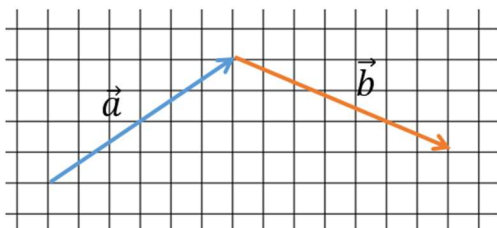
Uz ķermeni darbojas divi spēki $\vec{F}_1$ un $\vec{F}_2$. Nosaki $\vec{F}_2$, ja $|\vec{F}_1| = 5N$ un leņķis starp spēkiem $\vec{F}_1$ un $\vec{F}_2$ ir 60° .



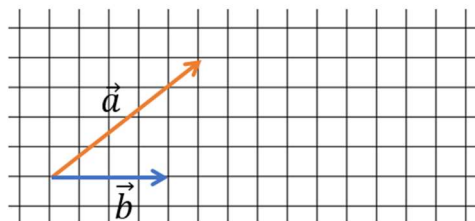
5. uzdevums.

Uzzīmē vektoru summas vektoru. Pieraksti.

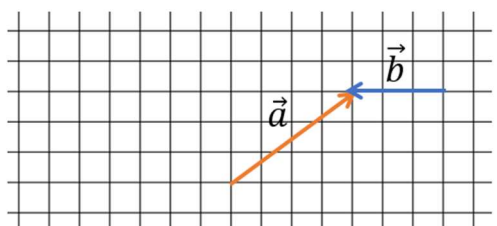
1.



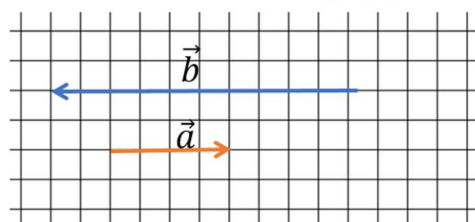
2.



3.

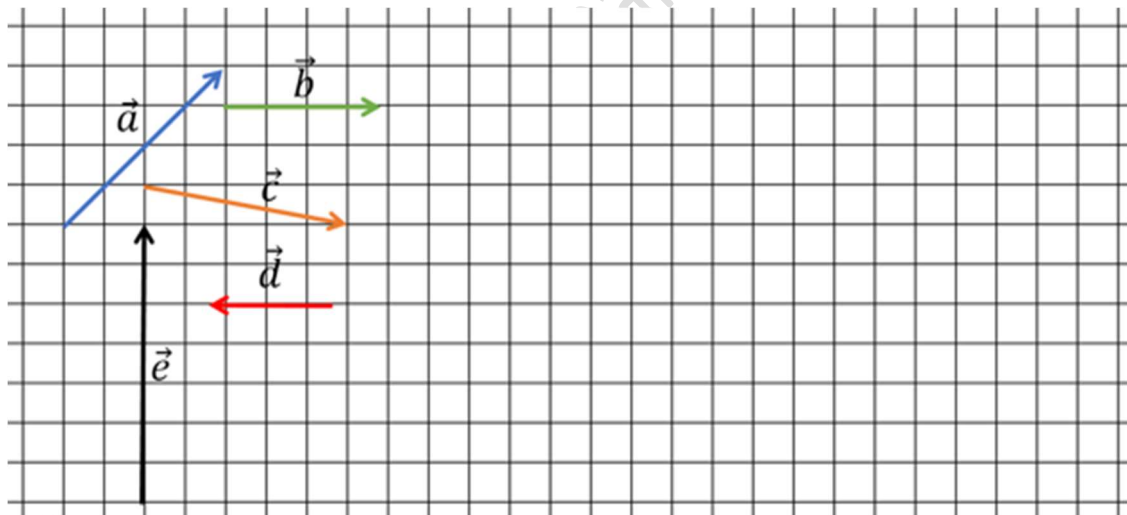


4.



6. uzdevums.

Uzzīmē vairāku vektoru summu. Pieraksti.

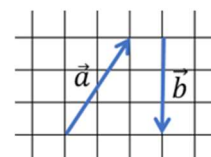
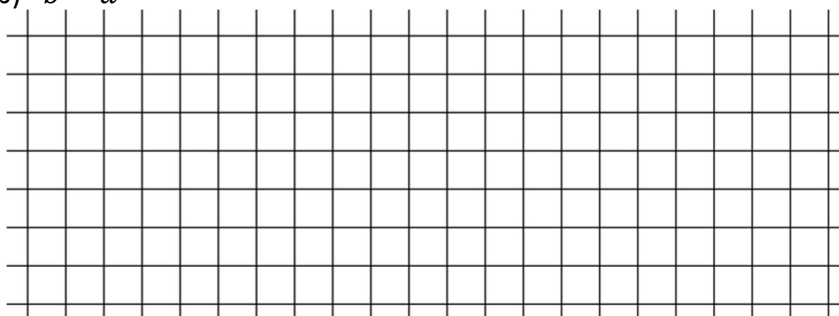


7. uzdevums.

Atņem dotos vektorus. Pieraksti. Secini.

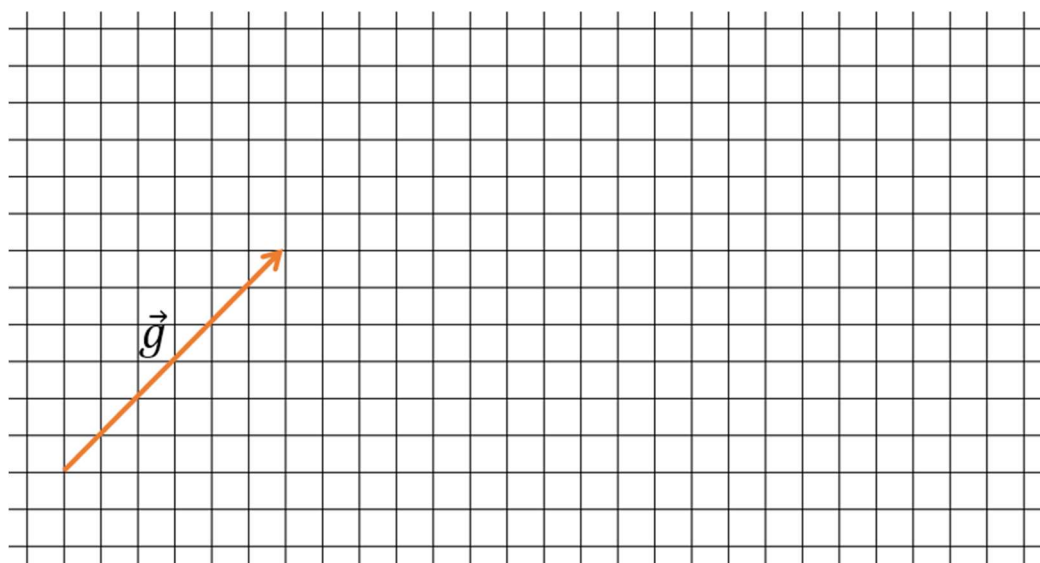
a) $\vec{a} - \vec{b}$

b) $\vec{b} - \vec{a}$



8. uzdevums.

Dots vektors $\vec{g}$. Uzzīmē vektorus $2\vec{g}$; $\frac{1}{3}\vec{g}$; $-1,5\vec{g}$.

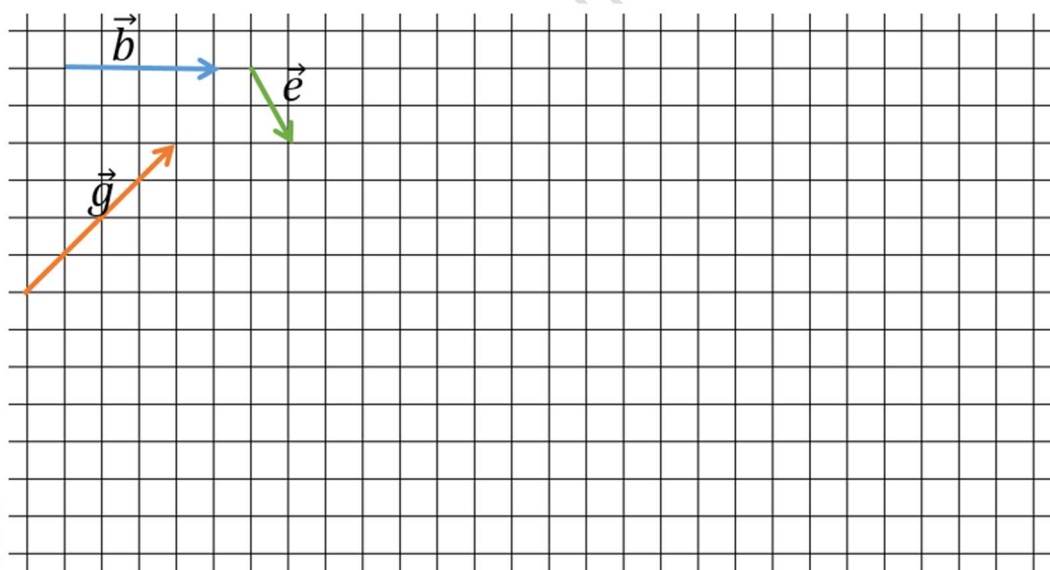


9. uzdevums.

Uzzīmē vektoru:

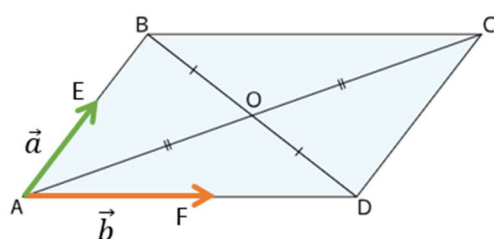
a) $\vec{c} = 2\vec{e} - \vec{b}$;

b) $\vec{d} = \frac{1}{2}\vec{g} + 3\vec{e}$.



10. uzdevums.

Dots paralelograms ABCD. E malas AB viduspunkts. F malas AD viduspunkts. $\vec{AE} = \vec{a}$ un $\vec{AF} = \vec{b}$.



Kuras izteiksmes ir patiesas?

1) $\vec{AC} = 2\vec{a} + 2\vec{b}$

2) $\vec{AO} = \vec{a} + \vec{b}$

3) $\vec{BD} = \vec{a} - \vec{b}$

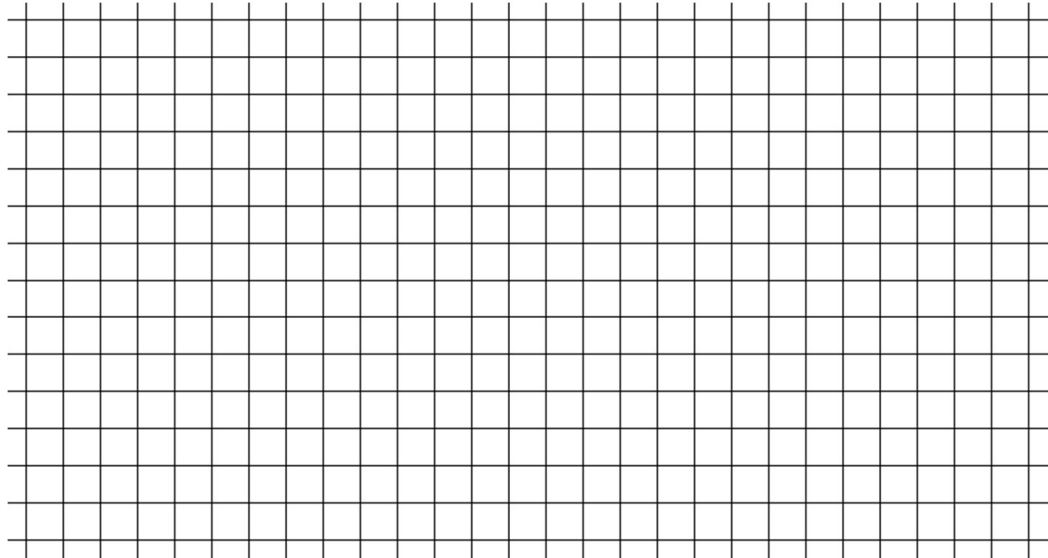
4) $\vec{CD} = 2\vec{a}$

5) $\vec{CO} = -\vec{a} - \vec{b}$

11. uzdevums.

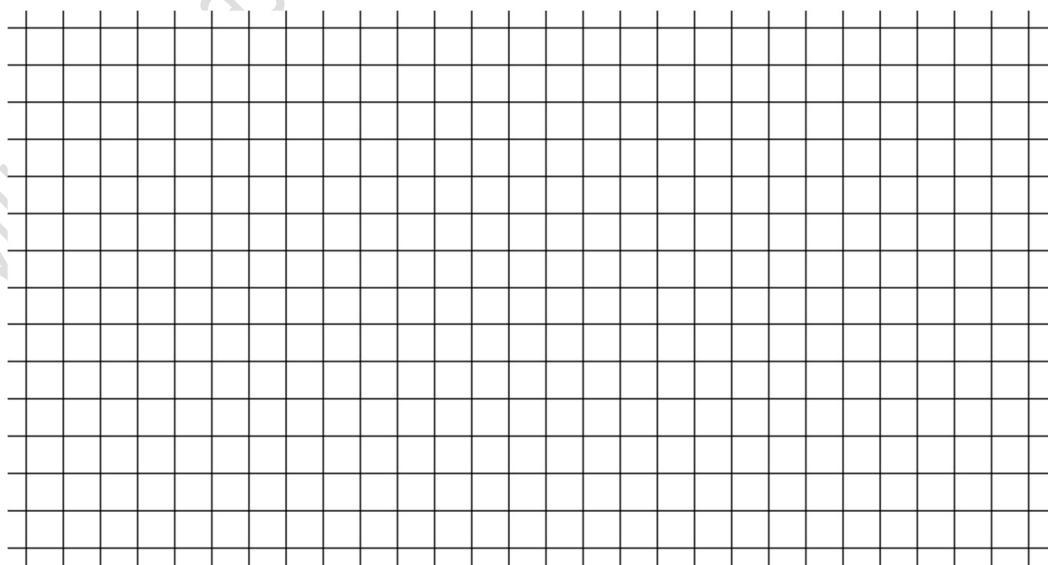
Dots trijstūris KLM. AB ir trijstūra viduslīnija, A atrodas uz malas KL un B uz malas LM.

$\overrightarrow{KL} = \vec{m}$ un $\overrightarrow{KM} = \vec{n}$. Izsaki vektorus $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{LM}$ un $\overrightarrow{BL}$ ar vektoriem $\vec{m}$ un $\vec{n}$.

**12. uzdevums.**

Dots taisnstūris ABCD. Punkts K sadala malu BC attiecībā 3:2. $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ un $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$.

Izsaki vektorus $\overrightarrow{AK}$ un $\overrightarrow{DK}$ ar vektoriem $\vec{a}$ un $\vec{b}$.



13. uzdevums.

Aprēķini vektoru summu.

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG}$
 b) $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{FD}$
 c) $\overrightarrow{KL} - \overrightarrow{ML}$
 d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$

Atceries.

- ✓ Vektoru saskaitīšanas kārtība nav svarīga.
 Vektorus drīkst mainīt vietām.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{AB}$$

✓ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$

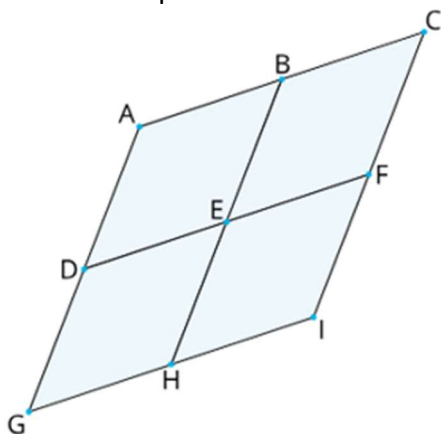
14. uzdevums.

Vienkāršo izteiksmi.

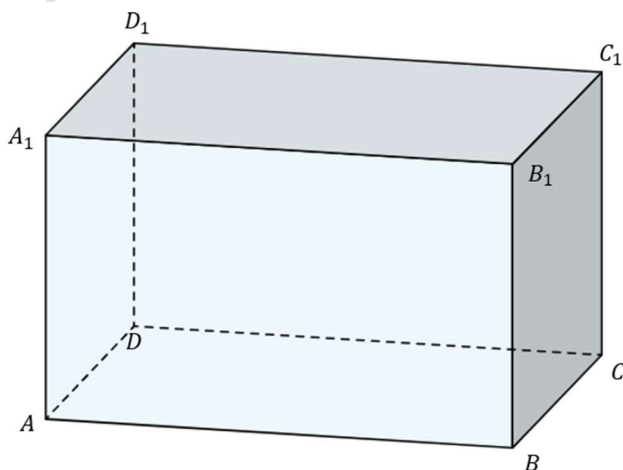
- a) $\overrightarrow{DM} + \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{MR} + \overrightarrow{LD}$
 b) $\overrightarrow{LS} - \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RK} - \overrightarrow{GK}$

15. uzdevums.

Zīmējumā salikti kopā četri vienādi paralelogrami, kas nozīmē, ka attiecīgie nogriežņi ir vienādi un paralēli. Vienkāršo izteiksmi: $\overrightarrow{HE} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{BA}$

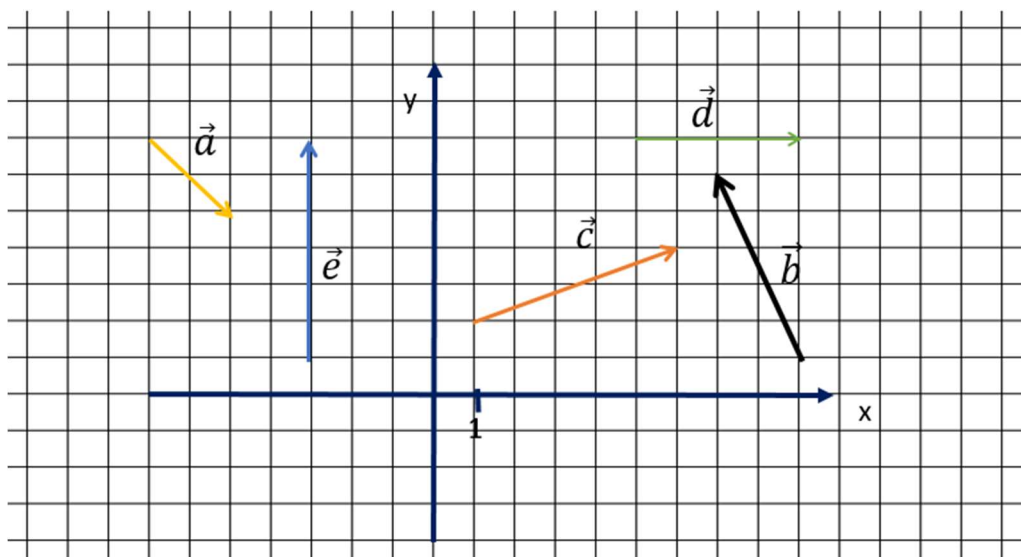
**16. uzdevums.**Dots paralēlskalnis $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Atrod vektoru, kas atbilst dotajam vektoram.

- a) $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1 D_1} + \overrightarrow{DA}$
 b) $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{D_1 A_1} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{B_1 B} - \overrightarrow{B_1 A}$

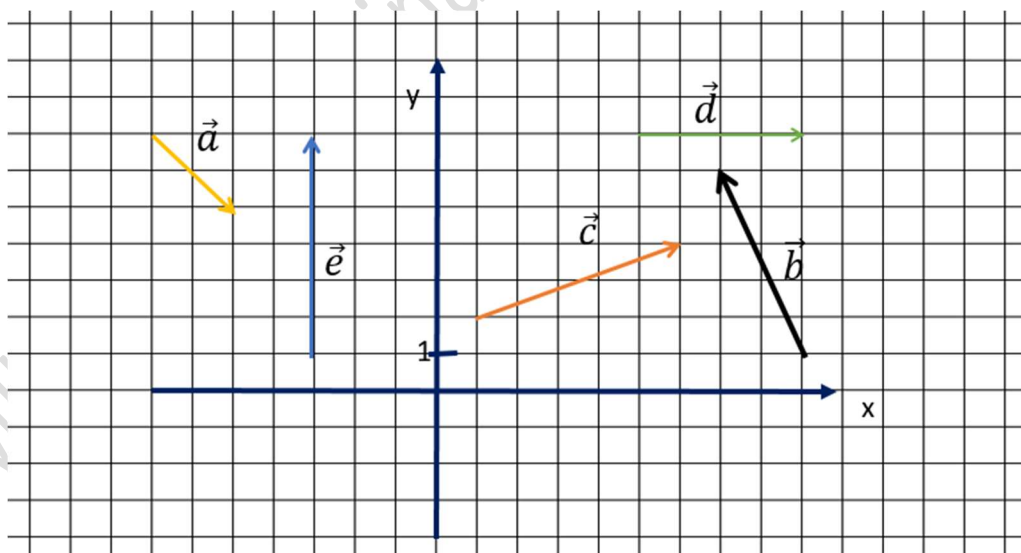


17. uzdevums.

Uzzīmē un nosaki vektoru projekciju uz X ass.

**18. uzdevums.**

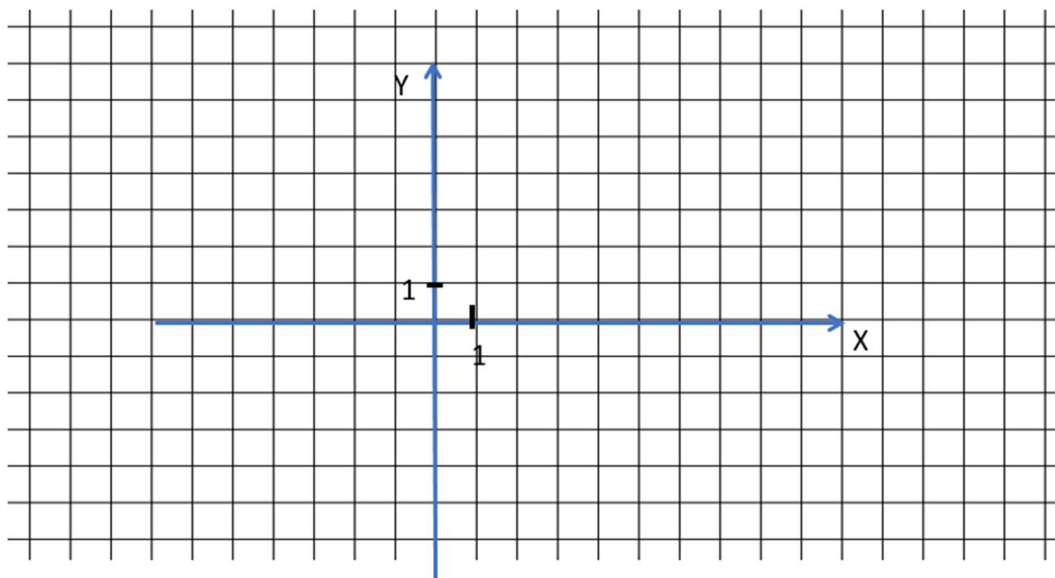
Uzzīmē un nosaki vektora projekciju uz Y ass.



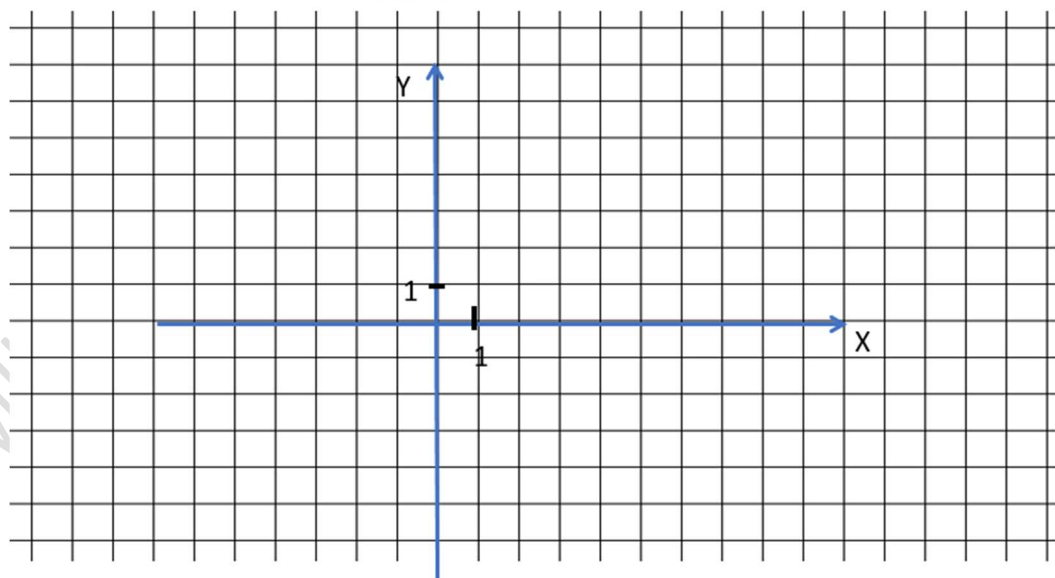
19. uzdevums.

Uzzīmē vektoru:

- Vektora sākuma punkta koordinātas ir $(-3;-1)$ un projekcija uz abscisu ass ir 3 un uz ordinātu ass ir -4 ;
- Vektora projekcija uz X ass ir 0, bet uz Y ass ir 5;
- Vektora galapunkta koordinātas ir $(4;2)$ un projekcija uz abscisu ass ir -4 un uz ordinātu ass -1 .

**20. uzdevums.**

Nosaki attālumu starp punktiem $A(-4;-3)$ un $B(2;5)$. Aprēķini nogriežņa viduspunkta koordinātas.

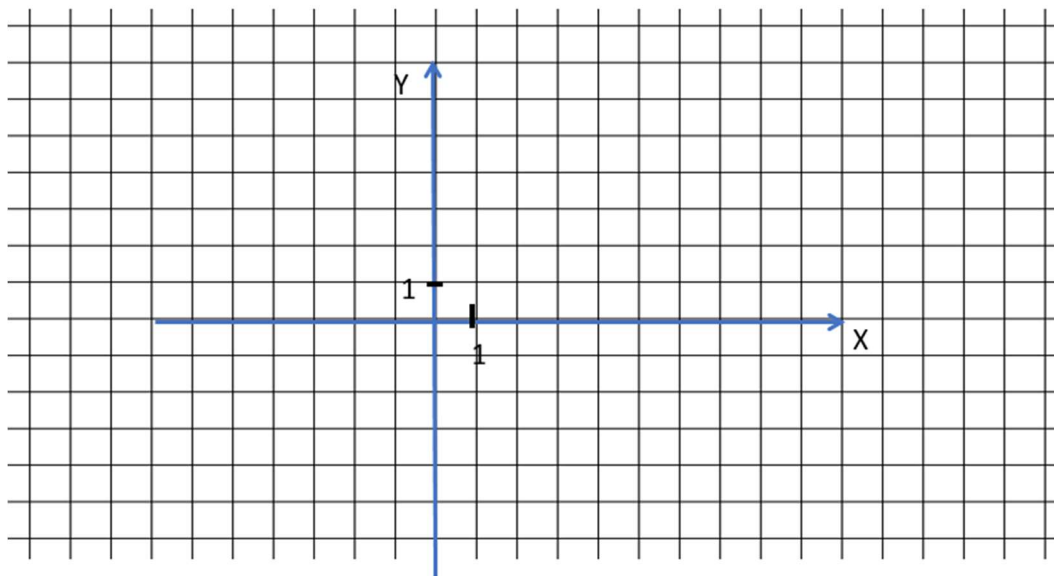
**21. uzdevums.**

Nosaki attālumu starp dotajiem punktiem. Aprēķini nogriežņa viduspunkta koordinātas.

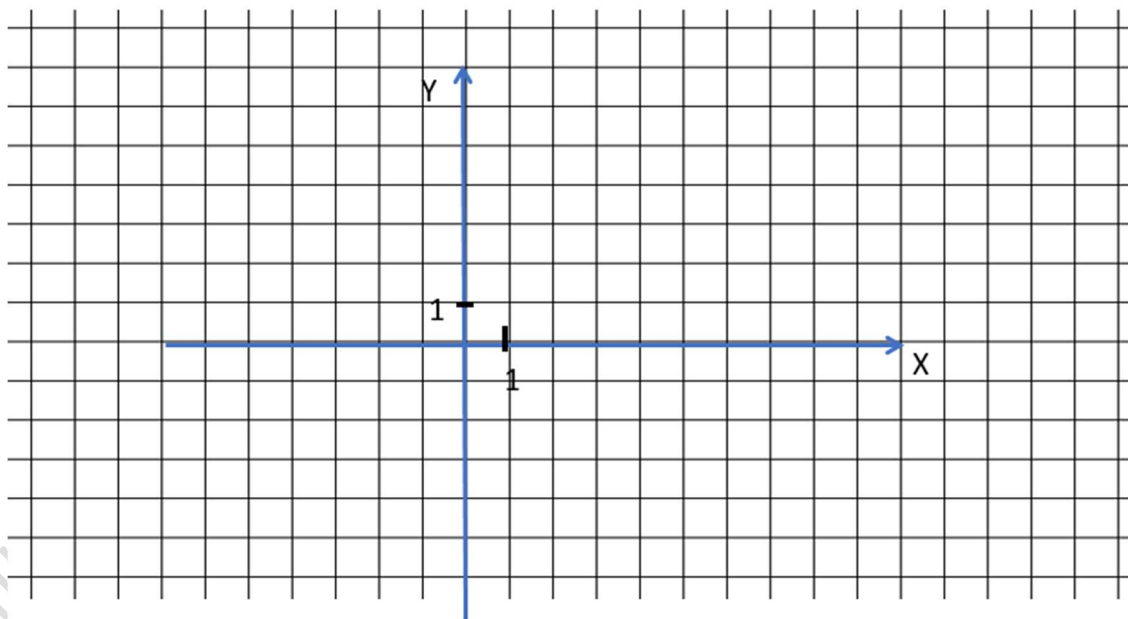
- $K(12; -1)$ un $L(-8;13)$;
- $S(3;5)$ un $D(-10;-12)$.

22. uzdevums.

Dots trijstūris ABC. $A(-4;1)$, $B(-1;5)$ un $C(6;-2)$. Aprēķini trijstūra mediānas BM garumu.

**23. uzdevums.**

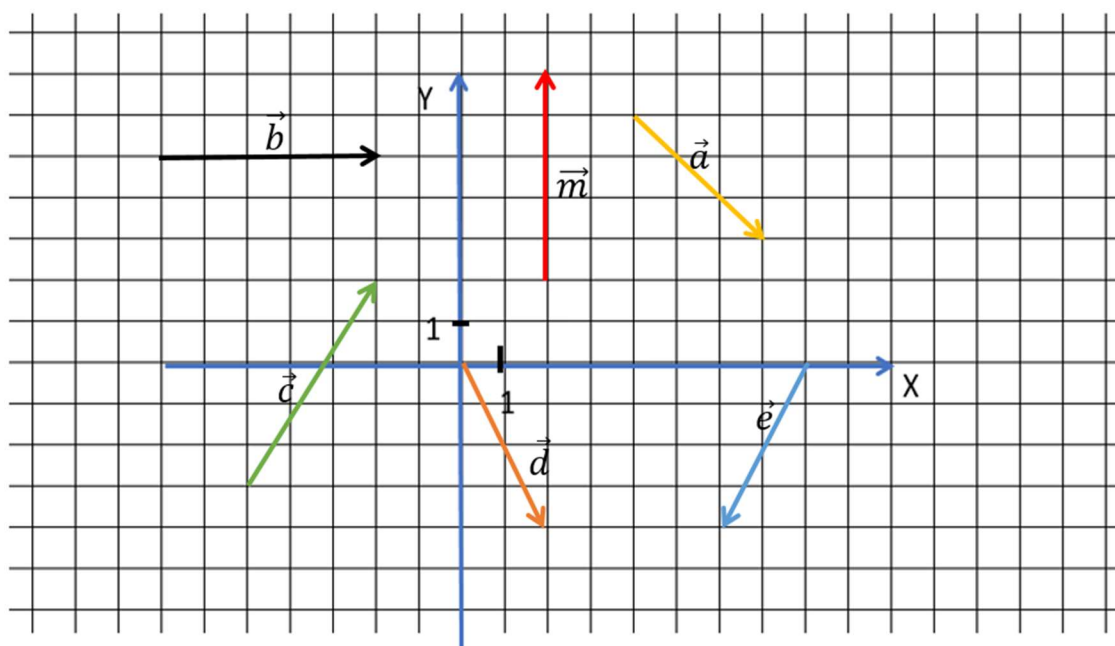
Punkti $A(-4;1)$, $B(-4;-3)$, $C(3;7)$ un $D(4;1)$. Vai šī četrstūra diagonāles krustpunktā dalās uz pusēm? Atbilde pamato.

**24. uzdevums.**

Doti punkti $K(-1; 3)$ un $L(4; -7)$. Aprēķini vektoru $\overrightarrow{KL}$ un $\overrightarrow{LK}$ koordinātas. Uzraksti secinājumu.

25. uzdevums.

Nosaki doto vektoru koordinātas.

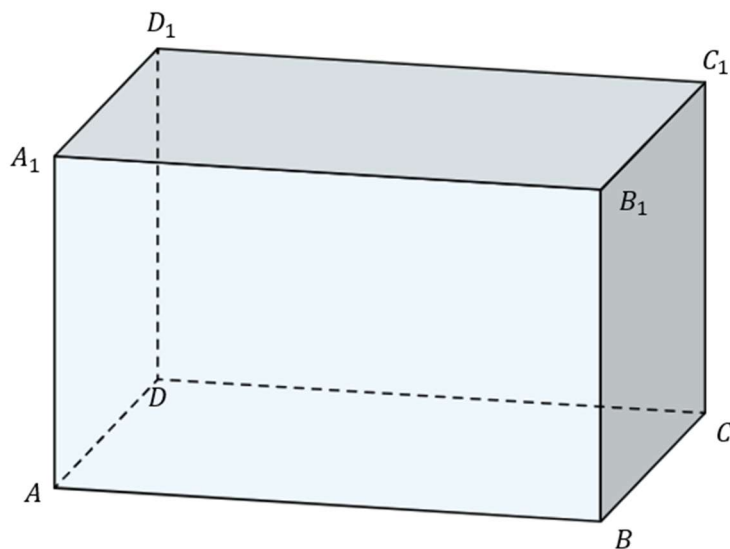
**26. uzdevums.**

Doti punkti $K(-3; 0)$, $L(5; 10)$, $M(-11; -9)$ un $N(0; -6)$.

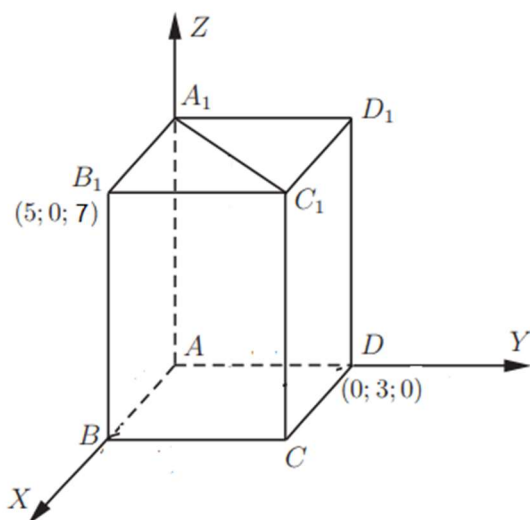
- Aprēķini vektoru $\overrightarrow{KL}$, $\overrightarrow{LM}$ un $\overrightarrow{MN}$ koordinātas;
- Aprēķini $\overrightarrow{KL}$ un $\overrightarrow{MN}$ summu;
- Aprēķini $\overrightarrow{LM}$ un $\overrightarrow{KL}$ starpību;
- Aprēķini $-3\overrightarrow{MN}$;
- Aprēķini $2\overrightarrow{KL} - 0,5\overrightarrow{LM}$;
- Aprēķini $|\overrightarrow{LM}|$.

27. uzdevums.

Dots paralēlskalnis $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Punkti F un K attiecīgi ir šķautņu AA_1 un AB viduspunkti. Zināms, ka $\overrightarrow{AA_1} = \vec{x}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{y}$ un $\overrightarrow{AD} = \vec{z}$. Izsaki vektorus $\overrightarrow{C_1 D_1}$, $\overrightarrow{FA_1}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{DK}$ un $\overrightarrow{CD_1}$, ar vektoriem $\vec{x}$, $\vec{y}$ un $\vec{z}$.

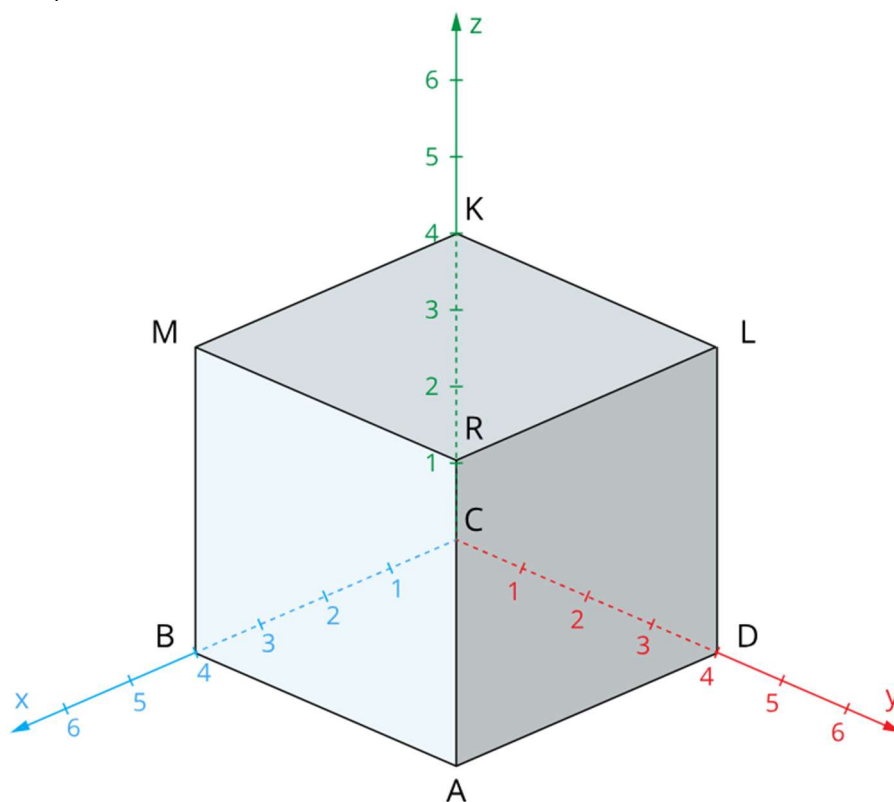
**28. uzdevums.**

Dota prizma ar koordinātām $B_1(5; 0; 7)$ un $D(0; 3; 0)$. Nosaki prizmas virsotņu A, B, C, A_1, C_1, D_1 koordinātas.

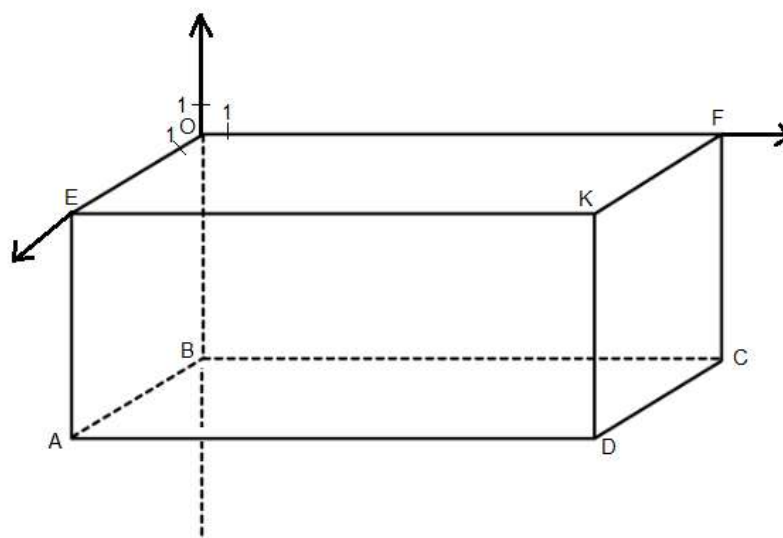


29. uzdevums.

Dots kubs $ABCDRLMKL$ Dekarta taisnleņķa koordinātu sistēmā. Nosaki visu kuba virsotņu koordinātas.

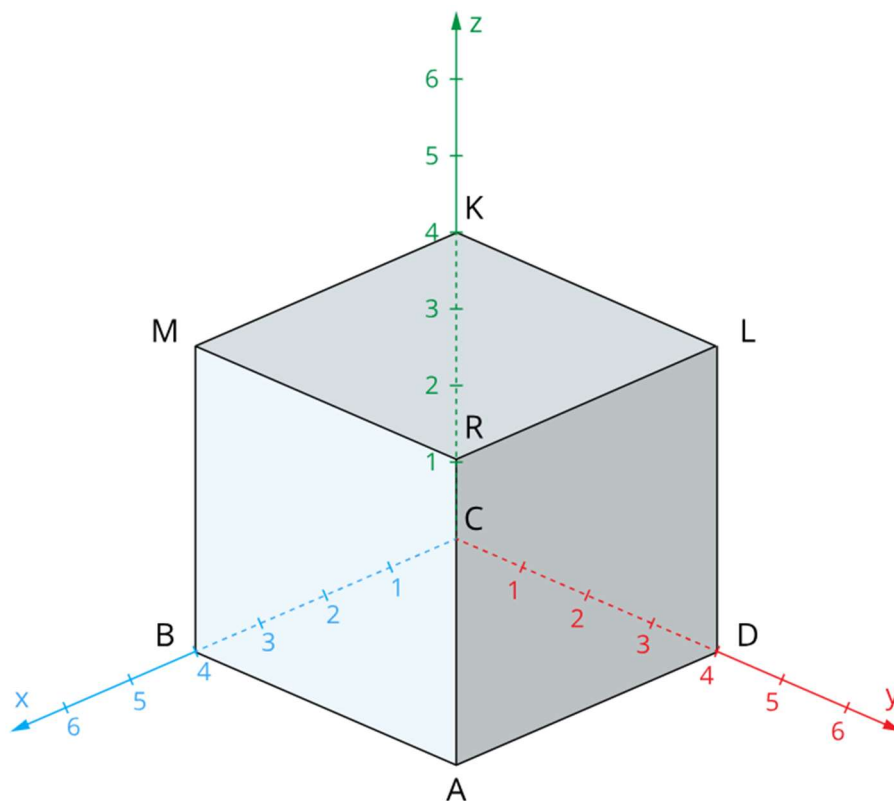
**30. uzdevums.**

Dots paralēlskalnis $ABCEOFK$, kur $AB = 4$, $AD = 12$ un $AE = 5$. Nosaki visu paralēlskalņa virsotņu koordinātas, kā arī punkta T koordinātas, ja punkts T ir malas BC viduspunkts.



31. uzdevums.

Dots kubs $ABCDRMKL$ Dekarta taisnleņķa koordinātu sistēmā, kura šķautnes garums ir 4. Nosaki vektoru $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CK}$, $\overrightarrow{CL}$ un $\overrightarrow{MC}$ koordinātas.

**32. uzdevums.**

Doti punkti $M(-1; 3; -5)$ un $N(0; -2; 9)$. Aprēķini vektora $\overrightarrow{MN}$ koordinātas.

33. uzdevums.

Aprēķini vektora $\vec{a} = (-5; -2; 1)$ garumu.

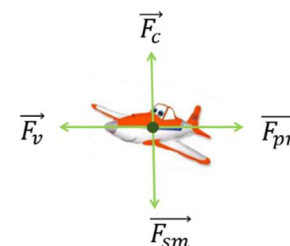
34. uzdevums.

Doti vektori $\vec{a} = (1; 2; -3)$ un $\vec{b} = (-3; 5; -2)$. Aprēķini $-5\vec{a} - 2\vec{b}$.

Uzdevumi par spēkiem un kustību

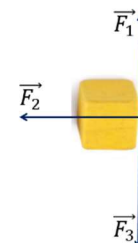
35. uzdevums.

Uz reaktīvo lidmašīnu vertikālajā virzienā darbojas 542 kN liels smaguma spēks un 550 kN liels cēlējspēks, bet horizontālajā līmenī 160 kN liels vilcējspēks un 154 kN liels gaisa pretestības spēks. Konstruē šo spēku kopspēka vektoru $\vec{F}$. Aprēķini spēka F skaitlisko vērtību.



36. uzdevums.

Uz ķermeni darbojas trīs spēki, kuru skaitliskas vērtības ir šādas $F_1 = 5N$, $F_2 = 3N$, $F_3 = 9N$. Konstruēt šo spēku Kopspēka vektoru $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$. Aprēķini spēka F skaitlisko vērtību.



37. uzdevums.

No punkta O atlikti visi iespējamie vienāda garuma vektori. Nosaki šo vektoru summu. Atbilde pamato.

38. uzdevums.

Upes platums ir 120 m. Laiva šķērsoja upi un nonāk punktā C, zināms, ka $BC = 30$ m un laivas ātrums ir 15 m/s. Aprēķini laivas nobraukto ceļu, laiku un ātrumu, ja straumes ātrums ir 2m/s.



39. uzdevums.

Kārlis pārvietojas no punkta A uz punktu D, virzoties caur punktiem B un C. Attēlā parādīts Kārļa momentānais ātrums četros dažādos trajektorijas punktos. Ātrumi $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$ un $\vec{V}_3$ ir vienādi. Ātrums $\vec{V}_4$ skaitliski ir divas reizes lielāks nekā ātrums $\vec{V}_3$.



Apskati attēlu un nosaki:

- Vienādi vērstus vektorus.
- Pretējus vektorus.
- Kolineārus vektorus.
- Vektorus, kuri nav kolineāri.
- Izsaki vektoru $\vec{v}_4$ (momentāno ātrumu konkrētā punktā) ar vektoru $\vec{v}_1$. Paskaidro iegūta koeficienta fizikālo jēgu.

Formulas un atgādes

Vektori plaknē

Ja $A(x_1; y_1)$ un $B(x_2; y_2)$, tad

$$\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1)$$

Ja $\vec{a} = (a_x; a_y)$ un $\vec{b} = (b_x; b_y)$, tad

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_x \pm b_x; a_y \pm b_y)$$

$$k \cdot \vec{a} = (ka_x; ka_y)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

Vektori telpā

Ja $A(x_1; y_1; z_1)$ un $B(x_2; y_2; z_2)$, tad

$$\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$$

Ja $\vec{a} = (a_x; a_y; a_z)$ un $\vec{b} = (b_x; b_y; b_z)$, tad

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_x \pm b_x; a_y \pm b_y; a_z \pm b_z)$$

$$k \cdot \vec{a} = (ka_x; ka_y; ka_z)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

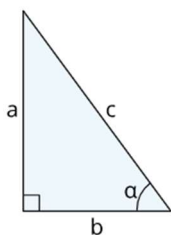
Attālums starp punktiem, nogriežņa viduspunkts

Ja $A(x_1; y_1)$ un $B(x_2; y_2)$, tad

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$[AB] \text{ viduspunkts ir } C\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

Trigonometriskās sakarības taisnleņķa trijstūrī



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\sin \alpha = \frac{\text{pretkatete}}{\text{hipotenūza}}$$

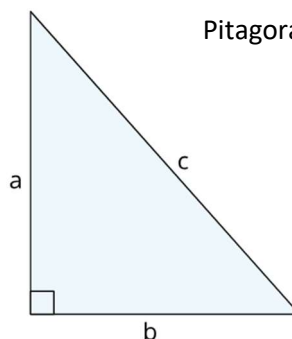
$$\cos \alpha = \frac{\text{piekatete}}{\text{hipotenūza}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{pretkatete}}{\text{piekatete}}$$

Plaknes figūru īpašības un definīcijas:

- ✓ Trijstūra viduslīnija ir paralēla pretējai malai un vienāda ar pusi no pretējās malas;
- ✓ Trijstūra mediāna ir nogrieznis, kas savieno trijstūra virsotni ar pretējās malas viduspunktu;
- ✓ Vienādsānu trijstūra sānu malas ir vienāda garuma;
- ✓ Paralelograma diagonāles krustpunktā dalās uz pusēm;
- ✓ Kvadrāta un taisnstūra diagonāles ir vienāda garuma;
- ✓ Vienādsānu trapeces diagonāles ir vienāda garuma;
- ✓ Romba diagonāles krustpunktā dalās uz pusēm un krustojoties veido taisnu leņķi.

Pitagora teorēma



Ja hipotenūza ir c , bet katetes a un b , tad $c^2 = a^2 + b^2$.
Ja vajag aprēķināt kateti, tad $a^2 = c^2 - b^2$.

Atceries.

Vektoru saskaitīšanas kārtība nav svarīga.

Vektorus drīkst mainīt vietām.

$$\checkmark \quad \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{AB}$$

$$\checkmark \quad \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$$

$$\checkmark \quad \overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{DC}$$